

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2014

10 Consideriamo l'equazione esponenziale $\left(\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 26)\right)^{x^2 - 6x + 1} = 1$.

Il primo membro ha significato quando:

$$x^2 - 10x + 26 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} x^2 - 10x + 26 = 0 \\ x^2 - 6x + 1 > 0 \end{cases} \rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}.$$

Quindi la condizione di esistenza del primo membro è: $\forall x \in \mathbb{R}$.

Risolviamo l'equazione riscrivendola nel seguente modo:

$$\left(\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 26)\right)^{x^2 - 6x + 1} = \left(\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 26)\right)^0.$$

Tale uguaglianza è vera se

$$x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

oppure se

$$\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 26) = 1 \rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \rightarrow x = 5 \pm 2 \rightarrow x = 7 \vee x = 3.$$

L'insieme S delle soluzioni è: $S = \{3 - 2\sqrt{2}; 3; 3 + \sqrt{2}; 7\}$.